

ルヴェリエの水曜太陽面通過に対する条件方程式とその周辺
On the Le Verrier's Equations of Condition for
the Mercurian Transits on the Disk of the Sun

井上 猛 (京都産業大学)
T. Inoue
Kyoto Sangyo University

Abstract. About 130 years ago, Le Verrier pointed out that there exists a discrepancy of $38. \text{''} \frac{3}{100}$ years in the perihelion longitude of Mercury. He found this by comparing his theory of motion of Mercury with its transit observations on the disk of the Sun.

He understood that the longitude of the node does not influence on the compensation for this discrepancy. Is this really true? If it were so, one would obtain without exception the zero value excess secular variation in the longitude of the node.

Being followed faithfully the way of Le Verrier, but here added two quantities b^* and b^{*} , the equations of condition are solved for four quantities $b, b'; b^*, b^{*}$ which enable us to determine the variations of the longitude of the node, of the longitude of the perihelion, of the eccentricity and of the mean longitude at the epoch.

The solution gives a variation of 18'' per century for the longitude of the node but whose standard errors are much greater than this value. This fact makes us difficult to conclude that there does not exist any finite value of excess secular variations in the longitude of the node.

The value of the standard errors varies from one to another in depending on the way how we compose the equations of condition. Different equations of condition with different unknowns lead us to say that the longitude of the node has a real excess secular variation.

1. 水星軌道の昇交点および降交点は十一月および五月に見る太陽の方向に在る。従って水星が此の時期に折り良く黄道を挟む角度十五分の範囲内に納まって居るならば水星の太陽面通過の現象が起こる事になる。

通常の子午線観測に比べて此の種の観測が水星の軌道運動を精密に把握する上で格段に好都合で有るのは論を俟たない処で有る。將に此の事に着目して彼のルヴェリエも惑星運動論の精度挙げを図ったので有った。

観測は高精度が期待される第二接触(潛入)および第三接触(出現)が整約に供される。ルヴェリエは既に樹立して置いた運動理論に基づいてこれら接触の時刻 $t(\text{cal.})$ を計算し、実際の観測時刻 $t(\text{obs.})$ と比較したので有った。両者に於ける差異は次の形の条件方程式の中で相殺されるべきで有ると考えた。

$$(1) \quad \left\{ (r/\Delta)(\varrho - \odot)/c \right\} \cdot \delta v - \left\{ (r/\Delta)(\lambda - \Lambda)/c \right\} \cdot \delta s + \\ - A \cdot \{ t(\text{cal.}) - t(\text{obs.}) \} / c = 0 ;$$

$$(2) \quad A = \left[-d \left[\left\{ \varrho(\text{cal.}) - \odot(\text{cal.}) \right\}^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left\{ \lambda(\text{cal.}) - \Lambda(\text{cal.}) \right\}^2 \right] / dt \right] / 2 .$$

Le Verrier, U. J. : Annales de l'Observatoire Imperial de Paris. Tome cinquieme, 1859 . Mallet-Bachelier, page 67.

此処で量 r ; v , s は黄道座標系に於ける水星の日心極座標、即ち動径および黄経黄緯を表わして居る。量 ϱ 、 λ および \odot 、 Λ は夫々水星および太陽の地心に対する黄経黄緯を表わして居る。量 Δ は水星の地心距離を表わす。更に量 c は接触時に太陽中心と水星中心とが地心に於いて為す角距離を表わして居る。量 δv 、 δs は夫々、日心黄経日心黄緯に於ける補正すべき量を表わして居る。記号 $\{ \ }^2$ は括弧内の量 $\{ \}$ の平方を表わすものとする。表記 dt が時間 t の微分を表わす事は断る迄も無いで有ろう。

上の条件式は、接触時に成り立つ次の関係式から導かれたもので有る。

$$(3) \quad c^2 = (\varrho - \odot)^2 + (\lambda - \Lambda)^2 .$$

諸量の総てが弧度法で表わされて居る場合には十分な精度で成り立つ関係式では有る。

これら黄経黄緯に於ける誤差 δv 、 δs は平均黄経 Q および離心率 e 軌道傾斜角 i 、昇交点黄経 Ω 、近日点黄経 ω の夫々に於ける誤差たる δQ 、 δe 、 δi 、 $\delta \Omega$ 、 $\delta \omega$ に還元されるべきで有る。そこで二体問題に於いて成立する関係を用いて両者を結び付ける事を考えて行く。

$$(4) \quad \tan (v - \Omega) = \cos i \tan \psi ,$$

$$(5) \quad \sin s = \sin i \sin \psi .$$

$$(6) \quad \psi = \omega - \Omega + f ,$$

$$(7) \quad \tan (f/2) = \sqrt{\{(1+e)/(1-e)\}} \cdot \tan (u/2) ,$$

$$(8) \quad u - e \sin u = Q - \omega .$$

以上から直ちに次を導く事が出来る。

$$(9) \quad \begin{aligned} \delta v = & \{(\xi^2)/(\eta^3)\} \cos i / \{(\cos s)^2\} \cdot \delta Q + \\ & + \{(1+\xi)/(\eta^2)\} \sin f \cos i / \{(\cos s)^2\} \cdot \delta e + \\ & - \tan s \cos (v - \Omega) \cdot \delta i + \\ & + [1 - \cos i / \{(\cos s)^2\}] \cdot \delta \Omega + \\ & + \{1 - (\xi^2)/(\eta^3)\} \cos i / \{(\cos s)^2\} \cdot \delta \omega ; \end{aligned}$$

$$(10) \quad \begin{aligned} \delta s = & \{(\xi^2)/(\eta^3)\} \sin i \cos (v - \Omega) \cdot \delta Q + \\ & + \{(1+\xi)/(\eta^2)\} \sin f \sin i \cos (v - \Omega) \cdot \delta e + \\ & + \sin (v - \Omega) \cdot \delta i + \\ & - \sin i \cos (v - \Omega) \cdot \delta \Omega + \\ & + \{1 - (\xi^2)/(\eta^3)\} \sin i \cos (v - \Omega) \cdot \delta \omega . \end{aligned}$$

此処で次の略記号を用いた。

$$(11) \quad \xi = 1 + e \cos f , \quad \eta = \sqrt{1 - e^2} .$$

ルヴェリエは彼の樹立した運動理論は既に十分に高精度なもので有るとして、太陽面通過の観測を満足させる為の補正量としては最早次の形のもので充分で有ろうと考えた。

$$(12) \quad \delta Q = \delta Q_0 + \delta n (t - t_0) ,$$

$$(13) \quad \delta e = \delta e_0 + e' (t - t_0) ,$$

$$(14) \quad \delta i = \delta i_0 + i' (t - t_0) ,$$

$$(15) \quad \delta \Omega = \delta \Omega_0 + \Omega' (t - t_0) ,$$

$$(16) \quad \delta \omega = \delta \omega_0 + \omega' (t - t_0) .$$

此処で δQ_0 、 δe_0 、 δi_0 、 $\delta \Omega_0$ 、 $\delta \omega_0$ は夫々の要素に対する補正量の定数部分を表わし、 δn 、 e' 、 i' 、 Ω' 、 ω' は永年部分を表わして居る。元期 t_0 は 1850.0 で有る。

2. 只今の表式群を (9)、(10) 両式の右辺に代入する。此の時、水星の太陽面通過の現象が十一月の場合も五月の場合も凡そ決まった日の前後に起こって居る事から、表式中の係数部分も夫々にほぼ一定の定数値で置き換えられる事になって居る。従って δv 、 δs の双方とも次の形に置く事が出来る訳で有る。

十一月に対して：

$$(17) \quad \delta v = a + b (t - t_0),$$

$$(18) \quad \delta s = ax + bx (t - t_0);$$

五月に対して：

$$(19) \quad \delta v' = a' + b' (t - t_0),$$

$$(20) \quad \delta s' = ax' + bx' (t - t_0).$$

此処で、量 a 、 b ； ax 、 bx ； a' 、 b' ； ax' 、 bx' が総て定数値に留まるとする事には、上に述べた注意から何の問題も無いで有ろう。これら八個の未定定数を用いるのは我々流の場合で有って、彼のルヴェリエの場合には a 、 b ； a' 、 b' の四個に限るので有る。彼は、黄経に比して黄緯の方は差ほど大きな影響を持ちはしないと考えたので有ろう。その根拠と思しきものの一つとして、上に引用した文献の 76 ページに次の様な下りの在るのが目に止まる。

『La consideration du mouvement du noeud ne peut des lors servir a resoudre la question: l'erreur de la longitude du noeud influe sur le calcul des temps des passages d'une maniere toute differente, suivant la latitude de la planete.』

「昇交点黄経 Ω は条件方程式の中で有効な働きをしない。」と言って居るので有る。我々は此処の処を「若しもそれが本当なら昇交点黄経 Ω を導入したとしてもそれは水泡に帰して仕舞うだけで有ろう。」と云う風に捉え、敢えてこれの導入を試みた。斯く考える事にしたからには、後は単に (17)、(18) の両式および (19)、(20) の両式を (1) なる条件方程式に代入してこれら未定定数の値を決定するのみで有る。

ルヴェリエに倣って、十三個の十一月の通過観測はこれを一群と為して解いて行く。五月のも同様にして八個のものを一群としてこれを解く。斯くして次の様な結果を得た。

十一月に対して：

$$(21) \quad a = - 5. " 2195 447, \quad b = - 0. " 042567 036/\text{年},$$

$$(22) \quad ax = - 5. " 1814 821, \quad bx = - 0. " 053683 058/\text{年};$$

五月に対して：

$$(23) \quad a' = + 3. " 1972 074, \quad b' = + 0. " 18777 807/\text{年},$$

$$(24) \quad ax' = - 0. " 75248 792, \quad bx' = - 0. " 026284 707/\text{年}.$$

参考迄にルヴェリエと同じ扱い、つまり $a, b; a', b'$ のみに限って解いた場合の結果も記して置く事にしよう。

十一月に対して：

$$(25) \quad a = -4.8692015, \quad b = -0.035303100/\text{年};$$

五月に対して：

$$(26) \quad a' = +3.2271486, \quad b' = +0.19193967/\text{年}.$$

大体に於いて似通った値が得られて居るのに気づく。此の事から我々の扱いも見当外れなものでは無いのが知れる。ルヴェリエが与えた値は以下の様なもので有る。

十一月に対して：

$$(27) \quad a = -4.43, \quad b = -0.0310/\text{年};$$

五月に対して：

$$(28) \quad a' = +3.22, \quad b' = +0.1884/\text{年}.$$

これは我々が(25)、(26)式に与えて居るのとは少々値を異にして居る。此の違いは、ルヴェリエが用いたのが所謂生データで有ったのに対して我々のは先のパリ天文台報に公表されて居るのを基にしたので有るからそうした違いから生じたものと考えられる。

そこで、我々の扱いが意味の有るものなのか否かが問われる事になって来る。我々は、得られた条件方程式の解が如何により良く観測データを再現し得るか否かでこれを判定してみたいと思う。結果を観測値と計算値との差「残差」で見してみる事にしよう。

以下の表で「我々の結果(甲)」は解(21)、(22)、(23)、(24)を用いた場合を表わし「我々の結果(乙)」は解(25)、(26)を用いた場合を表わして居る。ルヴェリエの結果は先のパリ天文台報の77ページに報告されて居るもので有る。

表一 (五月の場合)：

| 観測年 | 我々の結果(甲) | ルヴェリエの結果 | 我々の結果(乙) |
|------------|----------|----------|----------|
| 1753.34(S) | 0.053 | 0.07 | 0.25 |
| 1786.34(E) | 0.254 | 0.11 | 0.79 |
| 1786.34(S) | -0.149 | -0.06 | -0.73 |
| 1799.34(E) | 0.690 | 0.71 | 0.45 |
| 1799.34(S) | -0.776 | -0.82 | -0.65 |
| 1832.34(E) | 0.250 | 0.08 | 0.07 |
| 1832.34(S) | -0.752 | -0.67 | -0.71 |
| 1845.35(E) | 0.475 | 0.60 | 0.70 |
| 平方和 | (2.024) | (2.01) | (2.84) |

残差の平方和で見ると、我々の扱いは却って事態を悪くして居る様に映ずる。然し、ルヴェリエが与えた残差は余りにも小さ過ぎて印刷公表されて居るデータからは再現不可能なものに思われる。つまり、我々の結果(甲)は十分に前進したもので有ると判ずるべきで有る。

表二 (十一月の場合) :

| 観測年 | 我々の場合(甲) | ルヴェリエの場合 | 我々の場合(乙) |
|------------|----------|----------|----------|
| 1697.84(S) | 0.163 | 0.56 | 0.65 |
| 1723.85(E) | -0.951 | -1.08 | -1.05 |
| 1736.86(E) | 0.306 | 0.54 | 0.50 |
| 1736.86(S) | 0.449 | -0.06 | -0.01 |
| 1743.84(E) | -0.082 | -0.44 | -0.39 |
| 1743.84(S) | 0.522 | 0.47 | 0.45 |
| 1769.85(E) | 0.326 | 0.18 | 0.09 |
| 1782.86(E) | -0.611 | -1.20 | -1.34 |
| 1782.86(S) | -0.566 | 0.02 | 0.16 |
| 1789.84(E) | 0.272 | 0.77 | 0.77 |
| 1789.84(S) | 0.093 | -0.10 | -0.24 |
| 1802.85(S) | -0.272 | 0.09 | -0.00 |
| 1848.86(E) | -0.057 | 0.25 | 0.05 |
| 平方和 | (2.469) | (4.33) | (4.61) |

これを見れば、我々の解(甲)が大いに有用で有るのが知れる。上の表で(E)、(S)と表記したものは前者が潜入(Entree)を後者が出現(Sortie)を表わすものとする。

3. 我々の四個の量 b 、 b' 、 b_* 、 b_*' が有効で有る事がはっきりしたのでこれらを用いて所期の目的で有る、昇交点黄経 Ω に於ける永年変化 Ω' の存否に付いて調べて行く。軌道傾斜角 i に於ける永年変化 i' はルヴェリエ同様にこれを無視する。此の様に考えて(9)、(10)の兩式を夫々十一月と五月とに対して用意し、それに上記四個の数値を当てはめて行くので有る。此の時、次の様な量が一纏めに出来るのに気付く。

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \{(\xi^2)/(\eta^3)\} \cdot \delta n + \\
 (29) \quad &+ \{(1 + \xi)/(\eta^2)\} \sin f \cdot e' + \\
 &+ \{1 - (\xi^2)/(\eta^3)\} \cdot \omega' .
 \end{aligned}$$

上の表式を十一月に対するものとする時、五月に対するものには印'を付す事にする。即ち f の五月に対するものを f' で表わす事にし、それに応じて γ も γ' とする訳で有る。斯くして次の形の方方程式を得る。

$$\begin{aligned}
 (30) \quad &\{\cos i/(\cos s)^2\} \cdot \gamma + 0 + \\
 &+ [1 - \{\cos i/(\cos s)^2\}] \cdot \Omega' = b ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (31) \quad &0 + \{\cos i/(\cos s)^2\} \cdot \gamma' + \\
 &+ [1 - \{\cos i/(\cos s)^2\}] \cdot \Omega' = b' ;
 \end{aligned}$$

$$(32) \quad \sin i \cdot \gamma + 0 - \sin i \cdot \Omega' = b^* ,$$

$$(33) \quad 0 - \sin i \cdot \gamma' + \sin i \cdot \Omega' = b^{*'} .$$

これらの方程式の中で、軌道傾斜角 i は $7.^\circ 00$ とする。黄緯 s の方は変化する量で有るが、或る意味での平均値 $0.^\circ 15$ を選定しこれに固定して考える事にした。斯くして次の条件方程式に到達した。

$$(34) \quad 0.99255 \gamma + 0.00000 \gamma' + 0.00745 \Omega' = -0.042567 ,$$

$$(35) \quad 0.00000 \gamma + 0.99255 \gamma' + 0.00745 \Omega' = +0.18777 ;$$

$$(36) \quad 0.12186 \gamma + 0.00000 \gamma' - 0.12186 \Omega' = -0.053683 ,$$

$$(37) \quad 0.00000 \gamma - 0.12186 \gamma' + 0.12186 \Omega' = -0.026284 .$$

これは最小自乗法に依って解く事が出来る。但し三個の未知量に対して条件方程式がたったの四個しか無いので、充分な決定精度が得られないとしても怪しむには足らない。得られた結果は以下に示す通りで有る。

$$(38) \quad \gamma = -0.^\circ 047417/\text{年} , \quad (0.^\circ 036308/\text{年}) ,$$

$$(39) \quad \gamma' = +0.^\circ 19095 /\text{年} , \quad (0.^\circ 036308/\text{年}) ;$$

$$(40) \quad \Omega' = +0.^\circ 18417 /\text{年} , \quad (0.^\circ 21047 /\text{年}) .$$

上の括弧 () 内の量は標準誤差を表わして居る。これで見ると γ も γ' も共に有意に定まって居ると考えられるが Ω' は誤差の方が求めるべき値よりも大きくなって居る。従って、果たして Ω' が零なのかそれとも有限の値を持つものなのかは、上の結果だけからは判定する事も不可能となって来る。此の問題には後でもう一度戻る事にして此処ではルヴェリエに倣って、 δn や ω' の値を計算してみる事にしよう。上で γ および γ' の値が求まって居るので、表式 (29) を十一月および五月向けに用意しさえすれば良い事になって居る。

$$(41) \quad 1.492 \delta n - 1.044 e' - 0.492 \omega' = -0.047417 ,$$

$$(42) \quad 0.712 \delta n + 0.916 e' + 0.284 \omega' = +0.19095 .$$

不定方程式で有るが差し当たり次の形に迄導く事が出来る。

$$(43) \quad \omega' = +0.^\circ 41169/\text{年} - 2.7259 e' ,$$

$$(44) \quad \delta n = +0.^\circ 10398/\text{年} - 0.19918 e' .$$

これはルヴェリエの結果と比較してみれば次の様で有る。只今の範囲内で一致して居ると言うべきで有ろう。

$$(45) \quad \omega' = +0.^\circ 392 /\text{年} - 2.72 e' ,$$

$$(46) \quad \delta n = +0.^\circ 1083 /\text{年} - 0.1991 e' .$$

4. 前節迄は未知数の数を増やしたとは云え、方法としてはルヴェリエの夫を言わば忠実に踏襲したもので有った。然し、要は「観測をより良く説明し得る様に『軌道改良』を試みる。」事なので有るから、ルヴェリエの方法に限定する必要などは無い訳で有る。

先の γ 、 γ' の時と同様に次の様な量を導入する。

$$(47) \quad \begin{aligned} \Gamma &= \{(\xi^2)/(\eta^3)\} \cdot \delta \Omega. + \\ &+ \{(1 + \xi)/(\eta^2)\} \sin f \cdot \delta e. + \\ &+ \{1 - (\xi^2)/(\eta^3)\} \cdot \delta \varpi. \end{aligned}$$

上を十一月に対するものとして、五月に対するものは Γ' で表わす事にするのは以前と同様で有る。そうすれば我々の八個の量 a 、 b 、 a' 、 b' 、 a^* 、 b^* 、 a^*' 、 b^*' が Γ 、 γ 、 Γ' 、 γ' 、 δi 、 i' 、 $\delta \Omega$ 、 Ω' の八個の量と次の関係に有るのが知れる。

$$(48) \quad \begin{aligned} a &= \{\cos i/(\cos s)^2\} \cdot \Gamma - \tan s \cdot \delta i. + \\ &+ [1 - \{\cos i/(\cos s)^2\}] \cdot \delta \Omega. \end{aligned}$$

$$(49) \quad \begin{aligned} b &= \{\cos i/(\cos s)^2\} \cdot \gamma - \tan s \cdot i' + \\ &+ [1 - \{\cos i/(\cos s)^2\}] \cdot \Omega' \end{aligned};$$

$$(50) \quad \begin{aligned} a' &= \{\cos i/(\cos s')^2\} \cdot \Gamma' + \tan s' \cdot \delta i. + \\ &+ [1 - \{\cos i/(\cos s')^2\}] \cdot \delta \Omega. \end{aligned}$$

$$(51) \quad \begin{aligned} b' &= \{\cos i/(\cos s')^2\} \cdot \gamma' + \tan s' \cdot i' + \\ &+ [1 - \{\cos i/(\cos s')^2\}] \cdot \Omega' \end{aligned};$$

$$(52) \quad a^* = \sin i \cdot \Gamma + 0 \cdot \delta i. - \sin i \cdot \delta \Omega. ,$$

$$(53) \quad b^* = \sin i \cdot \gamma + 0 \cdot i' - \sin i \cdot \Omega' ;$$

$$(54) \quad a^*{}' = -\sin i \cdot \Gamma' + 0 \cdot \delta i. + \sin i \cdot \delta \Omega. ,$$

$$(55) \quad b^*{}' = -\sin i \cdot \gamma' + 0 \cdot i' + \sin i \cdot \Omega' .$$

これらの右辺を (17)、(18)、(19)、(20) の各式に代入し、それを条件方程式 (1) の中に入れて行くので有る。そうすれば今度は十一月五月の別無しに都合二十一個の方程式が得られる事になって居る。今回は軌道傾斜角 i に関する部分は考慮しない事にした。

六個の量 Γ 、 γ 、 Γ' 、 γ' 、 $\delta\Omega$ 、 Ω' に関する条件方程式の解は次の様で有る。

$$(56) \quad \Gamma = - 5. " 1423 \quad , \quad (1. " 0549) \quad ,$$

$$(57) \quad \gamma = - 0. " 039089/\text{年} \quad , \quad (0. " 012134/\text{年}) \quad ;$$

$$(58) \quad \Gamma' = + 3. " 1354 \quad , \quad (0. " 60960) \quad ,$$

$$(59) \quad \gamma' = + 0. " 18789 / \text{年} \quad , \quad (0. " 011103/\text{年}) \quad ;$$

$$(60) \quad \delta\Omega = + 3. " 8752 \quad , \quad (7. " 3400) \quad ,$$

$$(61) \quad \Omega' = + 0. " 064017/\text{年} \quad , \quad (0. " 10070 / \text{年}) \quad .$$

ここでも Ω' に於ける誤差の大きいのが気になる。しかも、先に得た値 $0. " 18 / \text{年}$ に比して三分の一の大きさでしか無い。

先の表一、表二からも知れる処で有るが、五月の欄の中では $1799.34 (E)$ 、 $1799.34 (S)$ 、 $1845.35 (E)$ の三個が、また十一月の欄の中では $1723.85 (E)$ 、 $1782.86 (E)$ 、 $1789.84 (E)$ の三個が特に大きな残差を示して居る。これを「観測データが既に大きな誤差を含んで居た為」と捉え、これら六個を排除し残る十五個に対して同様の計算を試みた。

$$(62) \quad \Gamma = - 4. " 8108 \quad , \quad (0. " 32812) \quad ,$$

$$(63) \quad \gamma = - 0. " 032377/\text{年} \quad , \quad (0. " 003900/\text{年}) \quad ;$$

$$(64) \quad \Gamma' = + 3. " 8980 \quad , \quad (0. " 23580) \quad ,$$

$$(65) \quad \gamma' = + 0. " 19902 / \text{年} \quad , \quad (0. " 003791/\text{年}) \quad ;$$

$$(66) \quad \delta\Omega = +11. " 222 \quad , \quad (2. " 6089) \quad ,$$

$$(67) \quad \Omega' = + 0. " 16726 / \text{年} \quad , \quad (0. " 033573/\text{年}) \quad .$$

此の時の十五個の残差の平方和は 0.31448 で有った。これで見れば昇交点黄経の永年変化 Ω' の決まり具合も、十分に満足の行くもので有って一世紀当り約 $16''$ の前進の在るのも知れる。

上の (63)、(65) 式の数値を用いれば先の (41)、(42) 式の時と同様に ω' 、 δn の値を求める事が出来る。

$$(68) \quad \omega' = 0. " 41340/\text{年} - 2.7259 e' \quad ,$$

$$(69) \quad \delta n = 0. " 11462/\text{年} - 0.19918 e' \quad .$$

此處で $\omega' = \Omega' + \omega'$ で有るから近日点引数 ω の永年変化 ω' は次の様になるのが知れる。

$$(70) \quad \omega' = \omega' - \Omega' = 0." 24614/\text{年} - 2.7259 e'$$

此の他にも種々の組合せに就いて調べてみた。極端な例としては六個の観測点を厳密に通る様な軌道改良を施してみた。その結果を用いて逆に「残差を予報してみる」と云った事を試みてみたが、件の大きな残差を示した観測は此處でも目立つと云った様な事が見られた。以上の事からルヴェリエが用いた条件方程式の周辺には未だ調べてみなければならぬ点が少ないから存して居る様に思われる。 (91305MA(91224D))

| No | Dates et phénomènes | $(r/\Delta) \cdot (\lambda-L)/c$ | $(r/\Delta) \cdot (\beta-B)/c$ | | s : latitudes en degrés |
|----|---------------------|----------------------------------|--------------------------------|-------|-------------------------|
| | Novembre | | | | |
| 1 | 1697. 11. 3(S) | 0.39 | -0.26 | 0.45 | 0.01588 6354 |
| 2 | 1723. 11. 9(E) | 0.45 | -0.10 | -0.86 | -0.18150 9065 |
| 3 | 1736. 11. 11(E) | 0.28 | -0.37 | 0.75 | 0.18365 4102 |
| 4 | (S) | 0.16 | 0.43 | 0.13 | 0.52075 2894 |
| 5 | 1743. 11. 5(E) | 0.34 | 0.32 | -0.01 | -0.51511 5035 |
| 6 | (S) | 0.42 | -0.20 | 0.92 | 0.08754 4275 |
| 7 | 1769. 11. 9(E) | 0.44 | -0.15 | 0.99 | -0.11826 6473 |
| 8 | 1782. 11. 12(E) | 0.17 | -0.45 | -0.92 | 0.32495 0268 |
| 9 | (S) | 0.03 | 0.46 | 0.23 | 0.47557 9089 |
| 10 | 1789. 11. 5(E) | 0.38 | 0.27 | 1.81 | -0.49931 8280 |
| 11 | (S) | 0.44 | -0.15 | 0.97 | 0.14501 9365 |
| 12 | 1802. 11. 9(S) | 0.46 | 0.10 | 1.47 | 0.38075 6655 |
| 13 | 1848. 11. 9(E) | 0.46 | -0.01 | 2.27 | -0.27378 5539 |
| | Mai | | | | |
| 14 | 1753. 5. 6(S) | 0.77 | -0.27 | 12.05 | -0.27142 3713 |
| 15 | 1786. 5. 4(E) | 0.45 | -0.70 | 4.84 | 0.34478 4990 |
| 16 | (S) | 0.65 | 0.47 | 5.11 | 0.01482 0084 |
| 17 | 1799. 5. 7(E) | 0.80 | 0.16 | 5.65 | 0.13295 3291 |
| 18 | (S) | 0.69 | -0.43 | 3.83 | -0.30343 2933 |
| 19 | 1832. 5. 5(E) | 0.61 | -0.53 | 0.17 | 0.32691 3510 |
| 20 | (S) | 0.77 | 0.28 | -0.58 | -0.08382 1801 |
| 21 | 1845. 5. 8(E) | 0.74 | 0.34 | -1.03 | 0.05092 7851 |

Determination des parametres due
a 15個 DATA sauf 2, 8, 10;17, 18, 21

A= 97489727.90836187

A= 15783865.2339726

X(I)=-5.14233036088926
X(I)=-.03908950996353614
X(I)= 3.135405894411061
X(I)= .1878925443997676
X(I)= 3.875275881710261
X(I)= .0640172989234134

Γ = -4.810605095919956
 γ = -.03237442376075142
 Γ' = 3.898011690414334
 γ' = .199027144931904
 $\delta \Omega$ = 11.21986750394204
 Ω' = .1672340449272869

Y(I)=-1.110223024625157D-16
Y(I)= 1.06581410364015D-14
Y(I)= 1.287858708565182D-14
Y(I)=-8.526512829121202D-13
Y(I)=-8.18789480661053D-16
Y(I)= 6.039613253960852D-14

Y(I) = -5.551115123125783D-16
Y(I) = -3.552713678800501D-15
Y(I) = -3.552713678800501D-15
Y(I) = 2.273736754432321D-13
Y(I) = 7.008282842946301D-16
Y(I) = -5.639932965095795D-14

R(I)= .5333997386964093
R(I)=-1.017021342127894
R(I)= .4235524642781164
R(I)= .1504460145784309
R(I)=-.2771653391425389
R(I)= .4500840621338508
R(I)= .1221506345193086
R(I)=-1.230490876892985
R(I)= .03748589792145039
R(I)= .6648802461857428
R(I)=-.1972336071808095
R(I)=-.08407257291892315
R(I)=-.03363855158118939

R(01)=-1.091133755339313D-03
R(02)= 0
R(03)= .1194720528717862
R(04)= .2820426891629097
R(05)=-.2887773184278067
R(06)= .2011136792161103
R(07)= .01573689856213009
R(08)= 0
R(09)= 4.104831600011145D-03
R(10)= 0
R(11)=-.2029982621672467
R(12)=-.09881263360964232
R(13)= .1473775444616233

R(I)= .1343224349282124
R(I)= .1614296650625535
R(I)=-.09096619893394553
R(I)= .7220045727763731
R(I)=-.906013883341019
R(I)=-.1172847166577744
R(I)=-.6040543420042062
R(I)= .7054383966153516

R(14)=-.04432367838355078
R(15)= .1264945268786701
R(16)=-.01124207759243512
R(17)= 0
R(18)= 0
R(19)=-.06975351277164924
R(20)= .02929709691059977
R(21)= 0

R= 6.090684375332372

Sq. S. = .3144344738765397

R(0)= .6372170941069913

R(0) = .1869148569912514

W(11)= 1.655564735540857
W(22)= .01904323373161075
W(33)= .9566648826845258
W(44)= .01742493771663747
W(55)= 11.51886899362246
W(66)= .1580377475647857

W(11)= 1.755288617320524
W(22)= .02086748214404002
W(33)= 1.26147137848839
W(44)= .02028187039965218
W(55)= 13.95398188912866
W(66)= .1795654042857204

R(111)= 1.054954149887354
R(122)= .01213467406085724
R(133)= .6096032165784392
R(144)= .01110346817679104
R(155)= 7.340020227515226
R(166)= .100704354262447

$\Delta \Gamma$ = .3280895208848371
 $\Delta \gamma$ = 3.900442440720733D-03
 $\Delta \Gamma'$ = .2357877423087143
 $\Delta \gamma'$ = 3.790982905266082D-03
 $\Delta \delta \Omega$ = 2.608206529264997
 $\Delta \Omega'$ = .03356344186264168

2:SSZ;91209S

2:DETER(15);98.13D