

Non-existence de l'excès de l'avance dans la longitude du périhélie de Mercure et ses conséquences

Takeshi INOUE

Kyoto Sangyo University ; Kamigamo, Kyoto 603, Japon

Résumé. Nous soulignons que le problème de l'excès de l'avance dans la longitude du périhélie de Mercure était causé par le fait que l'on inclut, dans l'orbite elliptique du départ non-perturbée, une partie des perturbations dues aux planètes, notamment à la planète Vénus. Si Le Verrier avait pris ce fait correctement en considération, il aurait pu établir une théorie parfaite pour le mouvement de Mercure et il n'y aurait aucun excès de l'avance dans la longitude du périhélie.

Est-ce que cela signifie que la théorie générale de la relativité était fautive? On ne peut pas juger cela à ce moment-ci. Nous montrerons ce que l'on ne résoudre pas encore, dans le sens exact, les équations du mouvement des planètes dans le cadre de la théorie générale de la relativité.

Action de Vénus et perturbations négligées

On comprend que c'est la théorie générale de la relativité qui a résolu le problème du siècle, à savoir l'excès de l'avance dans la longitude du périhélie de Mercure. C'est Le Verrier qui était le premier à présenter ce problème, après

avoir comparé sa théorie du mouvement de Mercure avec les observations de passages de la planète sur le disque du Soleil. Après lui, c'était Newcomb qui l'a bien vérifié. On a beaucoup tenté de le résoudre en vain et finalement est-on devenu à croire que l'on ne pourrait pas le résoudre dans le cadre de la mécanique newtonienne.

Nous avons réexaminé les recherches de Le Verrier et été conduit à conclure que sa méthode ainsi que les données d'observation utilisées par lui sont valables encore aujourd'hui (Inoue, 1993). Cela signifie que nous pouvons avec succès discuter le problème de l'excès de l'avance en nous appuyant sur sa théorie du mouvement et les données d'observation utilisées par lui.

Le Verrier a considéré qu'il pourrait négliger certains termes. Pour préciser ce qu'il fait, citons des passages du Tome V (Le Verrier, 1859).

Il entre, dans l'expression des perturbations de la longitude, des termes dépendent uniquement de la longitude de Mercure même. On sait qu'on peut les négliger, pourvu qu'on ajoute au rayon certains termes dépendant du même argument (Chapitre VI, Tome II). Mais ces derniers termes sont insensibles, si ce n'est dans l'action de Vénus sur Mercure ; et, dans cette dernière théorie, ils se trouvent égaux et de signes contraires aux termes $- 0'',011 \sin \varrho$ et $- 0'',003 \cos \varrho$ provenant d'une autre source. Il résulte de ces considérations que les termes des perturbations qui dépendent uniquement de la longitude de Mercure peuvent être négliger soit dans la longitude, soit dans le rayon de Mercure.

Comme Le Verrier, Newcomb a profité de ces procédés. Pour mieux voir ce qu'il fait, nous allons citer quelques phrases d'un des mémoires de Clemence (1943).

We now consider the eccentricities and longitudes of the perihelia. Here the situation is complicated by the existence of perturbations of the longitudes having the same periods as the mean anomalies, which therefore are easily confounded with the elliptic elements.

.....
In Leverrier's theory of Mercury (Annales de l'Observatoire de Paris, Vol. V), there are three perturbations of the class mentioned.

These are :

*Action of Venus, +0".017 sin Q - 0".063 cos Q,
Action of the Earth, +0".005 sin Q - 0".017 cos Q,
Action of Jupiter, +0".008 sin Q - 0".031 cos Q,*

where Q is the mean ecliptic longitude of Mercury.

Newcomb, supposing that these terms had been included in the Tables as perturbations of the longitude, and wishing to include them in the elliptic elements, took their sum (A. C. p. 180) and converted it into corrections to the eccentricity and perihelion, obtaining $\delta e = +0".058$, $\delta \omega = 0".0$. In fact, however, Leverrier included only the last two of the terms mentioned in his tables of the perturbations. He says (op. cit., p. 16), "En calculant les Tables relatives aux inégalités produites dans la longitude par les actions de la Terre et de Jupiter, on a, par mégarde, conservé les termes en sin Q et cos Q".

Ce procédé introduirait, à coup sûr, des fonctions perturbatrices qui transformeront une orbite elliptique fixe en une autre orbite en mouvement. On est ainsi obligé de calculer des perturbations supplémentaires dues à ces fonctions perturbatrices. Ni Le Verrier ni d'autres astronomes n'ont remarqué ce fait-ci et personne n'a calculé ces perturbations jusqu'à présent.

Après avoir calculé les perturbations mentionnées ci-dessus, nous en avons obtenu les résultats suivants (Inoue, 1992) :

L'orbite du départ de Le Verrier n'était plus elliptique et si l'on compare son orbite avec une ellipse fixe, son orbite est en mouvement avec des marches rétrogressives d'une quantité de 43 secondes par siècle dans la longitude du périhélie et d'une quantité de 10 secondes par siècle dans la longitude moyenne.

Les études de Le Verrier ont montré que son orbite doit être en mouvement avec des marches en avant dont les grandeurs sont pour celle-là 38,3 secondes et pour la dernière 10,39 secondes pour un siècle respectivement. Les quantités que nous avons trouvées compensent ni plus ni moins les quantités que l'orbite de Le Verrier a nécessitées. Il en résulte qu'on avait aucun problème à résoudre en ce qui concerne l'excès de l'avance dans la longitude du périhélie de Mercure même à l'époque de Le Verrier.

Recherches dues à de Sitter et mouvements des planètes

Actuellement, la plupart des éphémérides sont établies dans le cadre de la théorie générale de la relativité. Par exemple, *Japanese Ephemeris* le réalise en 1985 et continue d'y introduire les équations du mouvement relativistiques. (Hydrographic Department, 1996). On trouve que ces équations sont entièrement égales à (39.64) données dans la page 1095 de l'ouvrage de Misner et al. (1970). De plus, si nous remontons suivant les références indiquées, on apercevra tout de suite que ces équations sont totalement égales à (6.1) données dans la page 471 du mémoire dû à Eddington et al. (1938). Finalement, on arrivera aux équations (82) dans la page 162 du mémoire de de Sitter, qui serait la source de ces équations (de Sitter, 1917).

Nous considérons que le mémoire dû à de Sitter est très important et que l'essence des équations du mouvement relativistiques appliquées aux mouvements des planètes n'est pas changée depuis lui. C'est ainsi qu'il n'est pas inutile d'examiner ce qu'il traite dans le mémoire.

En obtenant l'équation de la forme $d^2x_i/dt^2 = -\partial \Omega / \partial x_i$, il dit comme il suit dans la page 705 (de Sitter, 1916).

The first approximation leads thus to the ordinary Newtonian theory of gravitation

Avant de résoudre les équations relativistiques, il a utilisé le résultat obtenu par la mécanique de Newton. Effectivement dit-il dans la page 704 du mémoire.

For moderate velocities the differential coefficients x_i for $i=1, 2, 3$ are small on account of the denominator c .

Comment a-t-il trouvé que les vitesses des planètes sont beaucoup plus faibles que celle de la lumière, avant de résoudre les équations du mouvement relativistiques dans le cadre de la théorie générale de la relativité?

Dans le cadre de la mécanique newtonienne, on n'a aucune difficulté pour écrire les équations du mouvement pour le problème des deux corps et celui des trois corps. Dans le cas de la théorie générale de la relativité, les situations sont définitivement différentes. On trouve la phrase suivante dans la page 95 du livre écrit par Eddington en 1923 (Eddington, 1975).

No solution of Einstein's equations has yet been found for a field with two singularities or particles.

Il répète une phrase identique quinze ans après également (Eddington, 1938).

It is well known that even the problem of two bodies has not been solved exactly in general relativity theory.

Les circonstances ne sont pas améliorées jusqu'à notre temps. On continue de garder les mêmes hypothèses que celles de de Sitter dans un livre de ce genre bien spécialisé (Brumberg, 1991).

Exact solutions of the field equations and the form of the rigorous equations of motion of the N-body problem are not known in general relativity theory even for N=2.

Dans le problème des deux corps de la mécanique newtonienne, on peut donner n'importe quelle valeur pour les masses m_1 et m_2 dans l'expression $\mu = G(m_1 + m_2)$. On confond très aisément la quantité μ avec une quantité qui apparaît dans la solution de Schwarzschild. Nous trouverons cette sorte de confusion entre les équations (39.61) et (39.71) du livre d'Eddington (1975). Or, dans les équations du mouvement relativistes, une des quantités m_1 ou m_2 doit être exactement nulle comme nous l'avons vu plus haut. Nous devrions donc être bien attentif quand nous appliquons la loi de Képler au système des pulsars binaires qui ont à peu près de mêmes masses (Taylor et al., 1982).

Références

1. Brumberg, V.A. : 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Adam Hilger, 116.
2. Clemence, G.M. : 1943, 'The Motion of Mercury 1765-1937', *Astronomical Papers of the American Ephemeris*, XI, 38.
3. de Sitter, W. : 1916 'On Einstein's Theory of Gravitation, and its Astronomical Consequences', First Paper. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 76.
4. de Sitter, W. : 1917 Second Paper. *ibid.* 77.
5. Eddington, A.S. : 1938 'The problem of n bodies in general relativity theory' & Clark, G.L. *Proceedings of the Royal Society of London*, 166.
6. Eddington, A.S. : 1975 *The Mathematical Theory of Relativity*, Chelsea.
7. Hydrographic D. : 1996 *Japanese Ephemeris*, 427.
8. Inoue, T. : 1992, 'Termination of the problem of the excess advance in the longitude of the perihelion of Mercury', *Proceedings of the Twenty-Fifth Symposium on Celestial Mechanics*, Tokyo (Japon), 205-210.
9. Inoue, T. : 1993, 'Reexamination of the Le Verrier's Analysis about Excess Secular Variations in the Orbit of Mercury', *Acta Humanistica et Scientifica Universitatis Sangio Kyotiensis*, Natural Science Series I, No. 22, 64-75.
10. Le Verrier, U.J. : 1856, *Annales de l'Observatoire Impérial de Paris*, 11, 39.
11. Le Verrier, U.J. : 1859, *Annales de l'Observatoire Impérial de Paris*, V, 16.
12. Misner, C.W. et al. : 1970, *Gravitation*, W.H. Freeman and Company.
13. Taylor, J.H. : 1982, 'A New Test of General Relativity : Gravitational Radiation and the Binary Pulsar PSR 1913+16', & Weisberg, J.M. *The Astrophysical Journal*, 253, 908-920.