湖南、２０２０年　６月１日（月）

井 上 猛

☆ 可付番無限を超える無限は見い出す事が出来ない

現代数学の普遍的認識では **集合 A とそれの冪集合 2^A の濃度は $|A| < |2^A|$ である** と云う。

赤 攝也 (1994)『集合論入門』培風館、p.61

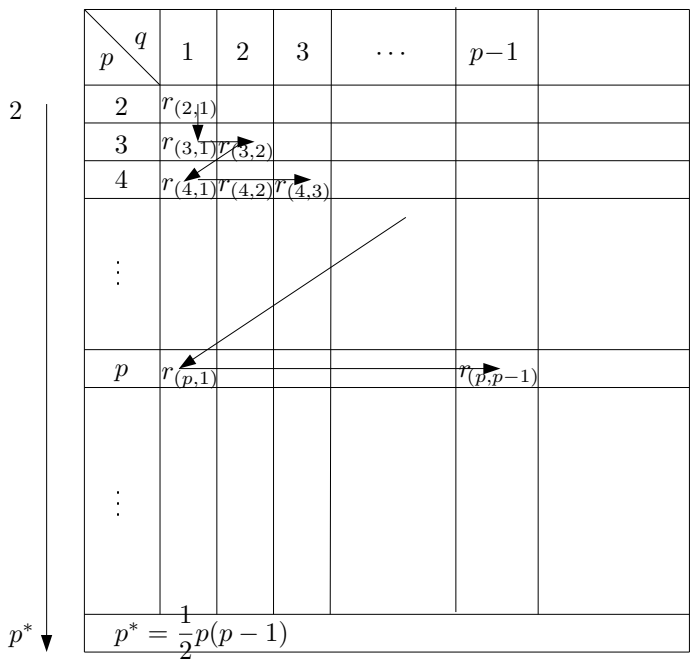
普遍的認識に反して表題の事実が存在するのでその事を函数の利用を図りながら述べて行く。

（イ） 自然数と偶数の関係は $y = 2x$ で調べれば良い。$x = n$ に対して $y = 2n$ が呼応する。両者とも一次函数であるから一対一の対応関係が存在する。

（ロ） 先の集合 A とそれの冪集合 2^A の問題は x と指数函数 $y = 2^x$ に依拠して調べる。正なる $x = x_1$ に対して指数函数は 2^{x_1} であるから $x_1 < 2^{x_1}$ は明々白々な事で在る。然し $2^{x_1} = x_2$ を満たす x_2 は必ず存在し得る。区間 $(0, 2^{x_1}]$ と区間 $(0, x_2]$ とは完全に同等である。只今の x_2 に依る 2^{x_2} に対しては $2^{x_2} = x_3$ を満たす x_3 を考えれば良い。この手順が破綻を来たすと云う事は断じて無い！

この様な捉え方に対して この人間は集合論と云うものが分っては居ない との批判を浴びる事になるのであろう。

（ハ） ならば問う**普遍的認識** 有理数の集合が可付番無限 と云うのを如何にして知り得たかと。次の**二次元表**を用いての把捉だったのでは無いか。ここでは $\frac{2}{4}$ を $\frac{1}{2}$ に等しいとはしない。問題として居るのが (p, q) に付いての対応関係の個数なのであるから。



縦が $p = p$ で横が $q = p - 1$ の時には 有理数の個数は $\frac{1}{2}p(p-1)$ となる。

ここで縦の数 p が有理数の個数を与える $\frac{1}{2}p(p-1)$ に等しくなる訳が無い。この事を以て 有理数の集合は可付番無限を超える集合で在る と言うのであろうか！

ここでも函数関係 $y = \frac{1}{2}x(x-1)$ を考えれば良い。x を $x = p$ する時に縦の列の上に $y = p^*$ を見い出すのは雑作も無い事である。ここに $p^* = \frac{1}{2}p(p-1)$ である。

実は **無理数**が**可付番無限の集合である**と云うのは既に知る処のものではある。

井上 猛 (2018)『カントールのアキレス腱』文芸社、p.25